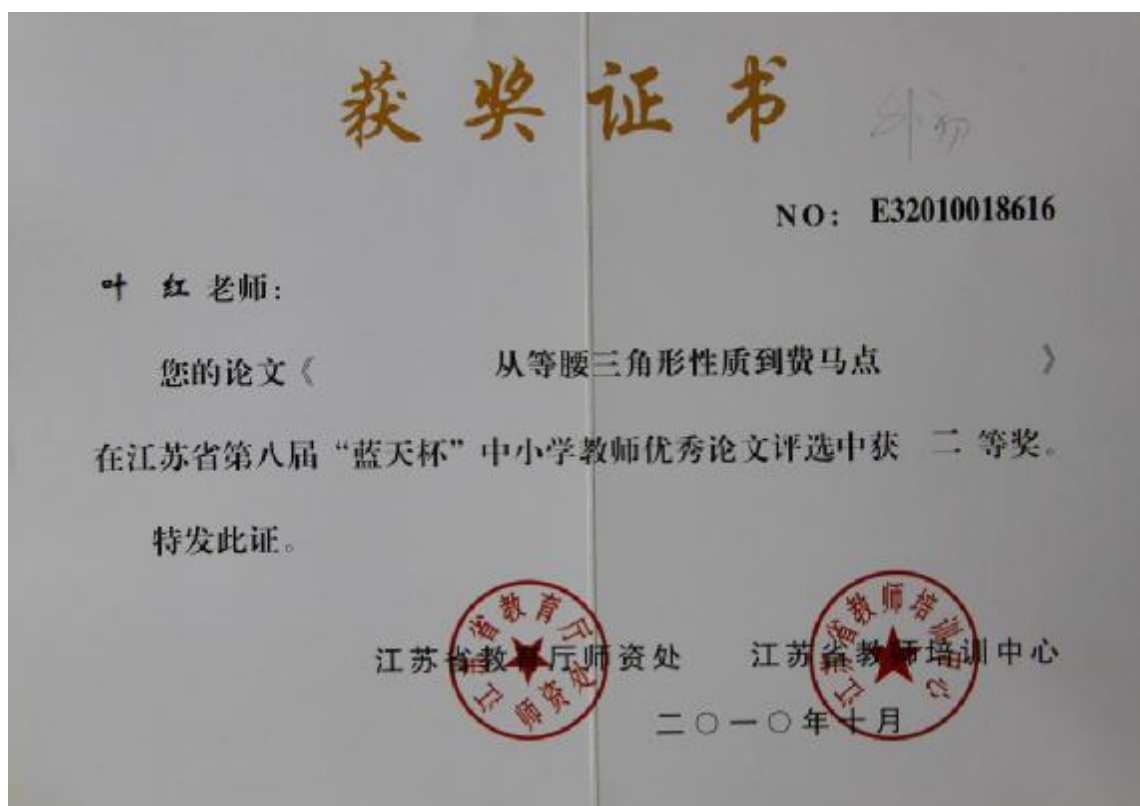




从等腰三角形性质到费马点 ——培养学生自主探索能力的实践与思考

叶 红 （常熟市外国语初级中学 215500）

如何引导学生学习数学？如果让学生把数学看作是处理数量、大小和形状及其相互关系的一组事实和步骤；把数学作为一堆死板的、绝对的、封闭的概念、定理来记忆，学生就可能感到枯燥、厌烦，同时也就增加了学生的记忆负担。学习首先是一种经历，一种身心的活动过程。课程标准指出：“有效的数学学习活动不能单纯地依靠模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式”^[1]。改变课程过于注重知识传授的倾向，促使学生形成积极主动的学习态度，使学生获得知识与技能的过程成为学会学习、学会探究和形成正确价值观的过程。实现这样三

位一体的课程功能，探究式学习是一个比较理想的载体。

探究式学习的基本特征可以概括为“活”和“动”两个字。活：一方面表现为学生的积极性和主动性，另一方面表现为学习活动的生成性。动：表现为学生真正的动手操作、动眼观察、动脑思考。探究式学习一般有如下环节：第一步，学生确定要探究的问题，也可以由教师创设问题情境，向学生提出要解决的课题；第二步，学生提出假设，结合课内课外所学作出各种可能的假设；第三步，检验假设，在教师的指导下，根据不同的课题性质，通过思辨、实验、演示等，以讨论的形式检验假设，正确的就可以作为结论，错误的再修正假设；第四步，作出结论，在充分讨论和检验假设的基础上，给出探究的答案。下面是笔者一次初二数学探究性活动设计，供同行们参考。

一、活动目的

首先，为学生创设一种真正作为一个主体去从事探索、研究的氛围，在教师与学生之间建立一种平等对话、交流的民主氛围，从而增强学生的主体意识，激发他们的创新意识。

其二，通过问题系列，把有关内容、方法等联系起来，使学生体悟到数学知识并非是一些零星的概念、命题的集合，它们之间存在着内在的有机联系。

其三，暴露思维过程，增强问题意识，使学生在自主探索过程中，体验成功与失败，品尝其中的艰辛与反复，在自主探索过程中培养意志与品质。

其四，使学生自觉运用相关知识去探究问题中的一些关系，在探寻中作出新的发现，培养他们的创造能力。

其五，熟悉特殊化、一般化等一般思想方法，并运用这些思想方法去探究，去发现。

二、活动内容设计

由等腰三角形的一些性质，通过师生对话及一系列问题的提出，逐步把问题引向深入。促使学生根据已学的有关知识，运用一般化、特殊化等思想方法，在自主探索过程中不断地发现一些有趣的性质，最后得到三角形的费马点。

例题：已知： $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， BD 、 CE 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线。求证： $BD=CE$ 。

在给出了以上例题后，教师与学生一起由浅入深、由此及彼，逐步探

讨论下一系列问题：

问 1：题设、结论各是什么？你能按题意画出图形吗？

问 2：如何来证明？

问 3：有另外的证法吗？

问 4：题中条件不变，你还能推出什么结论？

问 5：回到原题，你能用文字语言叙述一下吗？

问 6：如题中条件稍作变化，你能否得到相应的结论呢？

问 7：刚才，我们证明了等腰三角形两腰上的高相等，试问，点 B 到直线 AC 的距离与点 C 到直线 AB 的距离相等吗？

问 8：固定三角形，让点 B 移动到点 P（底边 BC 上一点），试问，点 P 到 AC 的距离与点 C 到 AB 的距离有何关系？若 PN、PM 分别是 P 到 AB、AC 的距离，那么 PN、PM 与 CE 之间有何关系？

问 9：能否证明你的猜想？

问 10：你能想出几种不同的证法？

问 11：若点 P 继续运动到 BC 的延长线上，又会有什么结论呢？

问 12：若 $\triangle ABC$ 是等边三角形，你又有什么新发现？

问 13：若 $\triangle ABC$ 中 $AB > AC$ ，点 P 在边 BC 上，你有什么猜测？

问 14：若点 P 为任意 $\triangle ABC$ 内一点，它到三边距离之和为 $PD+PE+PF$ ，对此，你又有什么认识？

问 15：若改为点 P 到 $\triangle ABC$ 三顶点的距离之和，你又有什么想法？什么时候 $PA+PB+PC$ 为最小？能证明吗？

注 1：“问 1~15”是教师预设的一条主线。在活动过程中，围绕活动内容，通过教师、学生、媒体的互动，上述这些问题中有不少学生会自然而然地提出来，而且，他们还会提出其他一些问题，作为教师，重要的一条是引导学生由“乱猜”逐步走向自觉地运用数学思想方法去猜测，去发现。

注 2：“问 1~15”中的有关图形及其变换、可能的猜测、部分证明（或证明关键步骤），教师可预先将预测到的情况制成课件，在活动过程的适当时候显示。

三、活动过程设计

“问 1”、“问 2”意在培养学生的审题、画图（如图 1）、证明等基本素养。活动过程中应重视学生“双基”的训练。

“问 3”“问 4”则重在培养学生的发散性思

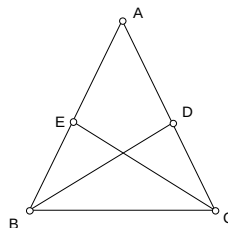


图 1

维.“问 3”是解法开放，应积极引导调动自己头脑中已有的知识经验，探寻多种解法。“问 4”也就是结论开放，应引导学生展开联想，大胆猜想。

“问 5”在于培养学生的语言转换能力。让学生换个角度去叙述问题，把数学符号语言转换成文字语言，学生就较容易想到相应的线段如中线、高是否有同样的等量关系。于是，学生就可能会思考如“问 6”的问题。

“问 6”与“问 7”之间，教师把学生引导到“距离”这一概念上去，加深学生对“距离”概念的认识，另一方面，把问题从“高”这一角度转移到“距离”这一角度，也是一种语言转换。这一转换，“问 7”、“问 8”也就顺应而出。在此，应使学生意识到问题的不断转换，将有助于新问题的提出，有助于获得新发现。

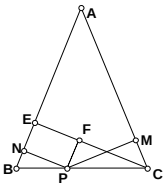


图 2

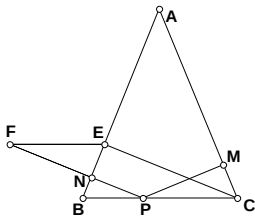


图 3

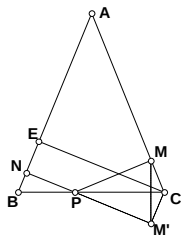


图 4

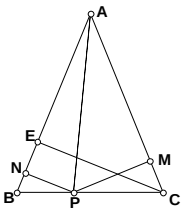


图 5

“问 9”、“问 10”应使学生通过探寻不同的解法，让学生回顾复习证两线段之和等于一条线段的常用方法（或一般规律）：截取、延长、平移、对称等等（如图 2~6），从中探寻一般规律。

“问 11”渗透运动的观点，用动态的观点去处理点 P 跃过点 C 时的情况。教学中可通过多媒体辅助手段显示点 P 的运动及 PN、PM 的变化，让学生通过观察，得出相应猜测及证明。

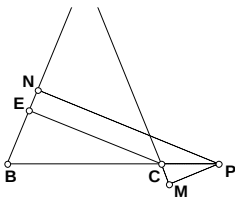


图 6

“问 12”、“问 13”让学生从特殊化、一般化的角度去加强或减弱条件，并猜测其可能的结果（如图 7，8）。学会特殊化，学会一般化，学会类比，学会联想，学会猜测。

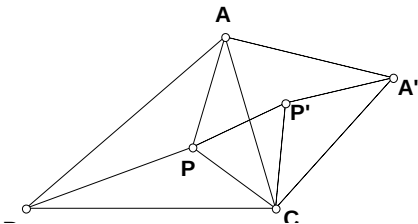
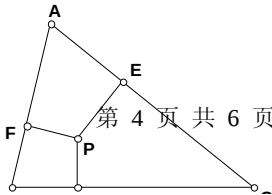
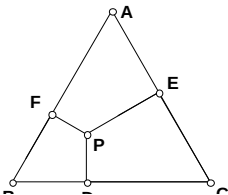


图 7

图 8

图 9

“问 14”中的点 P 更富有一般性. 此时, 使学生认识到其结论一般也更具不确定性, 但应引导学生思考“是否具有最大值与最小值呢?”

“问 15”运用类比, 把点到直线的距离变为点与点之间的距离, 从而提出了“费马点”(图 9).

“费马点”的证明, 对初中学生来说是比较困难的, 但在前面运用平移、对称变换来证明的基础上引导学生如何将三条线段接起来(运用旋转变换)就不十分困难, 分类讨论也就显得自然了.

从简单的等腰三角形性质开始, 到比较难证的费马点, 不同层次的学生都能在探索中回忆、联想、猜测. 虽然没有一个个孤立知识点的复习, 一个个练习题的操练, 却事实上复习了三角形、四边形的一系列概念与性质等知识; 虽然没有证明方法的罗列, 学生却在探索中总结规律, 寻找模式, 在反复的特殊化、一般化、类比、猜想中深化数学的思想方法. 学生在探究过程中, 少了操练性的习题, 多了探索性的问题; 少了些被动接受, 多了些自主性、开放性、探索性、发展性. 学生在探究中学习, 在开放中发现、创新.

多媒体教育技术的运用, 使数学内容形象化, 增加了师生互动, 增进了学生对数学的理解, 课堂教学更可以紧凑且富有动态感.

四、几点想法

其一, 探究性活动重视发挥学习主体在认识活动中的主动和能动作用, 学生能更多地亲身体验和主动参与数学的探索与发现过程, 从而, 有利于改进学生的学习.

其二, 探究性活动中, 教师与学生之间处于平等的地位, 教师更多地倾听、协助, 学生更多地学习选择、猜测、怀疑与批判, 有利于有效地改进课堂教学模式.

其三, 探究性活动的素材应当是活的, 它可以来自于现实生活, 来自于数学内部. 这就要求教师、学生数学地看待现实问题、研究问题, 从而增强教师、学生的数学意识.

其四，探究性活动过程是一个动态的过程，从中包含着各种可能的情况，有探索的艰辛，也有意外的收获。有利于激发学生深层学习的动机和兴趣，培养学生的创新意识。

参考文献

[1]中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2001, 7: 2.

[2]顾冷沅. 有效地改进学生的学习[J], 数学通报 2000, 1.